

WITTGENSTEIN ÜBER KOMPLEXE

ELENA TATIEVSKAYA

Zusammenfassung

Both linguistic and non-linguistic facts which are studied in the *Tractatus logico-philosophicus* may be defined as complexes. The most features ascribed to complexes by Wittgenstein owe to his criticism of Russell's theory of cognitive relations, in particular the theory of the analysis of complexes. This criticism is in its turn implied by the idea that the basic logical relations are those of inference.

1913 arbeitet Russell an dem Manuskript über Erkenntnistheorie, dessen Beendigung und Veröffentlichung er infolge der Wittgensteinschen Kritik aufgibt. Im Manuskript benutzt Russell für die Definition eines Komplexes, der von ihm und Whitehead in den *Principia Mathematica* vor allem als Objekt verstanden wird, den Begriff der Analysierbarkeit.

1. Ein Komplex ist laut Russell ein jedes Analysierbare, das ein Ganzes ist und Bestandteile hat. Die Möglichkeit, einen Komplex mit einer Tatsache, die ein wahres Urteil verifiziert, zu identifizieren, schließt Russell nicht aus. Dennoch geht er von der Möglichkeit einer ein-eindeutigen Zuordnung zwischen Tatsachen und Komplexen aus. Die Ein-Eindeutigkeit der Zuordnung bedeutet, dass es außer Hierarchien von Sätzen (wie der Hierarchie von Sätzen, die Urteile ausdrücken, Sätzen, die Urteile über Urteile ausdrücken, u.s.w.) auch Hierarchien der den Sätzen entsprechenden Tatsachen und Komplexe gibt, sofern kognitive Beziehungen wie das Wahrnehmen, Verstehen und Urteilen besondere kognitive Tatsachen und Komplexe definieren.

1.1. Dass Komplexe analysierbar sind, d.h. eine durch ihre Bezeichnung angedeutete Struktur haben, bedingt die Unterscheidung zwischen Komplexen. Zwei beliebige Komplexe unterscheiden sich von einander entweder durch ihre Elemente, die keine Relations-Funktion erfüllen, oder, falls die Elemente dieselben in beiden Komplexen sind, durch die Beziehung zwischen solchen Elementen, oder durch beides, oder, falls die Elemente der beiden Arten dieselben in beiden Komplexen sind, durch die Form. Der letztere Unterschied ist der des „Sinnes“ („sense“) einer Relation: Das ist

der Unterschied zwischen einer Relation und ihrer Konversen, der im Fall einer nicht-symmetrischen und insbesondere einer asymmetrischen Relation zwischen Komplexen besteht. Sofern Russell jede Bezeichnung eines Komplexes als Resultat seines Erkennens in einer analysierten Form betrachtet, charakterisiert er diesen Unterschied dadurch, dass die Ersetzung des symbolischen Ausdrucks einer Relation durch den symbolischen Ausdruck ihrer Konversen in einem wahren Satz unmöglich ist.

1.2. Es gibt nach Russell atomare und molekulare Komplexe. Für die Charakterisierung dieser Unterscheidung benutzt Russell 1913 grammatische Unterschiede zwischen Sätzen, welche Komplexe symbolisieren. Symbole für molekulare Sätze enthalten Wörter wie „und“, „oder“, „nicht“. So ist ein Satz der Gestalt „A ist vor B“ der Ausdruck eines atomaren Komplexes und „A ist vor B oder gleichzeitig mit B“ der Ausdruck eines molekularen Komplexes. Sofern der Ausdruck eines molekularen Komplexes logische Begriffe wie Verneinung, Disjunktion, Allgemeinheit einschließt, beruht die Analyse von molekularen Komplexen auf den logischen Kenntnissen, nämlich der logischen Intuition.

1.3. Russell spricht den Bestandteilen von Komplexen unterschiedlichen logischen Charakter zu, der durch die logische Funktion ihrer Symbole definiert ist. Während das Symbol einer Relation sowohl ein Element einer anderen Relation als auch eine „beziehende Beziehung“ („relating relation“) symbolisieren kann, gibt es Symbole, die nur Elemente einer Beziehung symbolisieren können. Der philosophischen Tradition folgend, bezeichnet Russell die Bestandteile von Komplexen, die durch Symbole der ersten Art symbolisiert werden, als Universalien und die durch Symbole der zweiten Art symbolisierten Bestandteile als Einzelne. Infolge dieser Unterscheidung stellt sich für Russell die Frage, ob es Subjekt-Prädikat-Komplexe gibt, oder die Komplexe, die den Subjekt-Prädikat-Sätzen entsprechen, auch Relations-Komplexe sind, wobei die beziehende Beziehung im letzteren Fall die Beziehung der Prädikation wäre. Russell findet keine entscheidenden Argumente zugunsten der Anerkennung der Relation der Prädikation und verzichtet darauf, über die Wirklichkeit („reality“) als den Ort zu sprechen, an dem außer Einzelnen auch Prädikate vorzufinden sind. Prädikate sind für ihn eine Komponente eines logischen Inventarverzeichnisses, das für die Beschreibung der Welt erstellt wird.

2. Nach Russell ist die Bezeichnung eines Komplexes kein echter Eigenname, denn jede solche Bezeichnung ist eine Phrase, die aus dem Satz, der vom Komplex verifiziert wird, abgeleitet ist. Dieses Abgeleitet-sein ist die Besonderheit des sprachlichen Ausdrucks, der im Fall einer nicht-symmetrischen Beziehung nicht indifferent in bezug auf die Anordnung der Elemente der Beziehung sein kann. Die Bezeichnung eines Komplexes kann dennoch als ein Name fungieren. Dies ist dann der Fall, wenn ein Komplex

analysiert wird. Die Analyse eines Komplexes ist eine kognitive, nämlich eine propositionale, Beziehung, die selbst kognitive Komplexe einer bestimmten Art definiert. Ein bestimmter kognitiver Komplex, dessen Gegenstand ein anderer beispielsweise durch eine zweistellige Relation erzeugter Komplex ist, hat nach Russell die Form $K(S, x, R, y, \gamma)$, wobei K für eine bestimmte kognitive propositionale Beziehung, S für einen bestimmten Erkennenden, x und y für bestimmte Elemente einer gewissen Relation R und γ für die logische Form von zweistelligen Relationskomplexen stehen. Russell betrachtet Propositionen als Bedeutungen von Sätzen und definiert sie als das, was unverändert bleibt, wenn der Ausdruck des Komplexes über K und S verallgemeinert wird. Das Problematische dieser Definition sieht Russell darin, dass es ihr zufolge nur Propositionen gibt, für die es auch kognitive Komplexe existieren. Geht man zudem davon aus, dass Propositionen Bedeutungen von Sätzen sind, impliziert das, dass der Bereich der Bedeutung durch tatsächliche kognitive Beziehungen beschränkt ist. Problematisch ist diese Folge vor allem für die Logik, die sich mit beliebigen, auch noch nicht gedachten Bedeutungen beschäftigen will.

2.1. Den Grund für die Unterscheidung zwischen Propositionen und Komplexen kann man darin sehen, dass die Charakterisierung der Analyse eines Komplexes laut Russell zur Unterscheidung zwischen logisch möglichen und wirklichen Komplexen führt. Wenn man einen Komplex analysiert, führt die Feststellung der Bestandteile des Komplexes und der Art ihres Zusammenhangs entweder zu einem einzigen Komplex oder zu einer Menge von Komplexen. Im Fall, wenn der Komplex durch eine symmetrische Beziehung gebildet ist, ist das Ergebnis der Analyse ein einziger Komplex, der jeden möglichen den Komplex beschreibenden Satz verifiziert. So verifiziert der Unterschied zwischen Blau und Gelb sowohl den Satz „Blau ist vom Gelb verschieden“ als auch den Satz „Gelb ist vom Blau verschieden“. Im Fall einer nicht-symmetrischen Beziehung gibt es mehrere logisch mögliche Komplexe und darunter nur einen wirklichen. Jedem logisch möglichen Komplex kann eine Proposition sowie ein Satz zugeordnet werden, der nur dann wahr ist, wenn der ihm entsprechende logisch mögliche Komplex auch ein wirklicher ist. Solchen Zuordnungen zwischen logisch möglichen Komplexen und Sätzen liegt der nicht-symmetrische Charakter der den Komplex konstituierenden Beziehung zugrunde. Die Besonderheit einer solchen Beziehung sieht Russell darin, dass sie Positionen von Elementen in dem Komplex definiert. Solche Positionen sind für Russell selbst Beziehungen, nämlich Beziehungen des Vorkommens eines Elementes in einer Anordnung von Elementen. Die Beziehungen dieser Art werden nach Russell bei der Analyse als primitiv oder undefiniert behandelt. Sofern Positionen wesentlich relativ in bezug auf einen gegebenen Komplex sind, sind sie, als Beziehungen betrachtet, heterogen in dem Sinn, dass sie zwischen den Elementen des

Komplexes und dem Komplex selbst bestehen. Werden die Positionen angegeben, wird der Komplex vollständig durch seine Form, die vor allem die Stelligkeit der den Komplex erzeugenden Relation identifiziert, und seine Bestandteile definiert, was nicht der Fall ist, wenn ein nicht-symmetrischer Komplex ohne Bezug auf die Positionen seiner Elemente betrachtet wird. Die Analyse eines atomaren nicht-symmetrischen Komplexes mündet in einem Satz, der molekular ist, sofern er alle Positionen der Elemente des Komplexes aufzählt. Verifiziert wird der Satz dennoch durch den Komplex selbst und nicht durch eine Menge von Komplexen, die durch primitive, von dem zu analysierenden Komplex definierte Beziehungen zwischen dem Komplex und seinen Elementen gebildet werden. Die Propositionen müssen von den Komplexen unterschieden werden, um, erstens, die Kluft zwischen einem molekularen Satz, der als Resultat der Analyse formuliert wird, und dem ihn verifizierenden atomaren Komplex zu überbrücken, und, zweitens, die logisch möglichen von den wirklichen Komplexen zu unterscheiden: Sowohl ein Komplex, der durch die Position eines Elementes in dem atomaren Komplex definiert ist, als auch ein logisch möglicher Komplex können mit einer Proposition gleichgesetzt werden, wobei der Proposition im letzteren Fall ein wirklicher Komplex entsprechen kann, aber nicht unbedingt entspricht. Die Identifizierbarkeit eines logisch möglichen sowie eines als Resultat einer Analyse auftretenden Komplexes mit einer Proposition bedeutet, dass die Komplexität des Komplexes mit einer propositionalen Komplexität gleichgesetzt werden könnte: Russell spricht über propositionale Komplexität eines Bestandteils einer Proposition, nämlich ihres grammatischen Subjekts, wenn die Proposition, in welcher das besagte Subjekt vorkommt, durch eine molekulare Proposition ersetzt werden kann, in welcher die Bestandteile des Subjekts von einander getrennt sind.

2.2. Russell versucht, für ein Urteil („belief“) den es verifizierenden Komplex als einen dem Urteil entsprechenden („corresponding“) Komplex zu definieren. Im Fall eines symmetrischen Komplexes und des Urteils der Form $J(S, F, x_1, \dots, x_n)$, wobei J für die propositionale Beziehung des Urteils, S für einen Erkennenden, F für die Form des Komplexes und $x_1, \dots, x_n$ für seine Bestandteile stehen, ist ein solcher Komplex gegeben, wenn es einen Komplex der Form F gibt, der aus den Bestandteilen $x_1, \dots, x_n$ besteht. Der Fall eines nicht-symmetrischen Komplexes unterscheidet sich nicht wesentlich von dem Fall eines symmetrischen Komplexes, denn verifiziert wird letztendlich ein Satz und eine nicht-symmetrische Beziehung wird in einer natürlichen Sprache so ausgedrückt, dass der Ausdruck unter allen logisch möglichen Komplexen einen einzigen den Satz verifizierenden auswählt. Als Mittel der Auswahl fungieren in der Sprache Flexionen, Wörter-Anordnungen und die Begriffe von Gegensätzen wie „vor“ und „nach“. Der durch den sprachlichen Ausdruck ausgewählte Komplex kann somit durch eine als Resultat einer Analyse auftretende Konjunktion von Behauptungen

über heterogene Beziehungen zwischen den nicht-relationalen Elementen eines Komplexes und dem Komplex selbst beschrieben werden. Dadurch wird einem den Satz verifizierenden Komplex ein anderer mit ihm assoziierter zusammengesetzter Komplex zugeordnet, den es nur dann gibt, wenn es den verifizierenden Komplex gibt, und der den verifizierenden Komplex unzweideutig definiert.

3. Wegen der Differenzierung zwischen Komplexen und ihren verschiedenartigen Bestandteilen wird es notwendig, auch die Analyse zu definieren. Russell fasst sie als Entdecken der Bestandteile eines Komplexes sowie der Art ihres Zusammenhangs auf. Das Entdecken der Bestandteile ist eine materiale und das Entdecken der Art ihres Zusammenhangs eine formale Analyse des Komplexes. Die Analyse ist komplett, wenn man alle Bestandteile des Komplexes und die Art ihrer Kombination kennt. Sofern ein Komplex auch komplexe Bestandteile haben kann, wie die Tatsache, dass der Unterschied zwischen Blau und Gelb größer als der Unterschied zwischen Blau und Grün ist, kann man zwischen zwei Arten der kompletten Analyse unterscheiden. Die Bestandteile eines zu analysierenden Komplexes bezeichnet Russell als primär („primary“). Die Analyse ist komplett primär, wenn alle primären Bestandteile des Komplexes festgestellt worden sind. Primäre Bestandteile der primären Bestandteile eines zu analysierenden Komplexes bezeichnet Russell als sekundäre („secondary“) Bestandteile des Komplexes und definiert eine Analyse als komplett sekundär, wenn alle sekundären Bestandteile des Komplexes festgestellt worden sind. Bestandteile des Komplexes, die keine weiteren Bestandteile enthalten, bezeichnet Russell als Grundbestandteile („ultimate constituents“) des zu analysierenden Komplexes oder allgemein als einfach („simple“). Selbst für einen atomaren Komplex ist eine Reihe von Analysestufen möglich.

3.1. Die logischen Probleme der Analyse formuliert Russell in Form von Fragen wie „Wie ist die Bedeutung eines komplexen Namens „aRb“ bestimmt, wenn die Bedeutungen der einfachen Teilnamen („a“, „b“ und „R“) bekannt sind?“, „Was meint man mit dem Satz „a ist ein Teil von aRb“?“, „Was meint man mit dem Satz „aRb besteht aus a, R und b, die in einer allgemeinen Form eines binären Relations-Komplexes vereinigt sind“?“. Das Gemeinsame all dieser Fragestellungen besteht darin, dass ihr Gegenstand eine Mitteilung über das Resultat der Analyse eines Komplexes ist. Somit nimmt Russell an, dass eine solche Mitteilung sinnvoll ist.

3.2. Die Analyse ist nach Russell eine der zwei Erscheinungsformen einer dualistischen propositionalen Einstellung der Analyse und Synthese („synthesis“). Unter Synthese versteht Russell das Entdecken eines Komplexes, der aus gegebenen Bestandteilen besteht, die auf eine gegebene Weise mit einander zusammenhängen. Die Synthese ist nur dann möglich, wenn es den Komplex gibt. Russell unterscheidet zwischen einer Bekanntschafts- und einer deskriptiven oder propositionalen Synthese. Im ersten Fall wird

man mit dem Komplex bekannt. Im zweiten Fall erfährt man, dass es den Komplex gibt. Diese Definition lässt vermuten, dass die Synthese eine kognitive Beziehung ist, die an der Verifikation des Satzes beteiligt ist.

Betrachtet man die Russellsche Theorie als eine Gegenfolie zu der Theorie des *Tractatus logico-philosophicus*, kann man Wittgensteins Theorie der Komplexe und ihrer Analyse folgendermaßen charakterisieren:

1. Wie Russell vertritt auch Wittgenstein die Idee der Identifikation eines Komplexes mit einem Analysierbaren und die damit verbundene Gegenüberstellung von Komplexen und Einfachen.

1.1. Die Russellsche Anerkennung der Identifizierbarkeit von Komplexen und Tatsachen nimmt bei Wittgenstein die Gestalt einer Klassifikation an. Zunächst teilt Wittgenstein Komplexe in Zeichenkomplexe und ihnen entsprechende und von ihnen beschreibbare Komplexe anderer Natur, nämlich nicht-symbolische Komplexe, ein. Des weiteren definiert er Komplexe beider Arten (mit Ausnahme von Zeichenkomplexen, die nur dem Zweck der Konstruktion eines logischen Symbolismus dienen, z.B. den Komplexen von Wahrheitswerte-Abzeichen „w“ und „f“) als Tatsachen. Zeichenkomplexe sind Sätze. Nicht-symbolische Komplexe sind Tatsachen, die von Sätzen abgebildet werden. Einfache Zeichen sind Namen. Nicht-symbolische Einfache sind Gegenstände.

1.2. Von Russell wird auch die Ansicht übernommen, dass es außer atomaren molekulare Komplexe gibt. Atomare Zeichenkomplexe sind Elementarsätze, die eine Tatsache, nämlich das Bestehen eines Sachverhaltes, behaupten. Alternativ könnte man einen Sachverhalt, der ein Zusammenhang von Gegenständen ist, als einen nicht-symbolischen atomaren Komplex betrachten. Geht man aber davon aus, dass das logische Bild ein Bild von Tatsachen ist (*Tractatus*, 3), ist der atomare nicht-symbolische Komplex als das Bestehen eines Sachverhaltes, das eine positive, von einem Elementarsatz abgebildete Tatsache ist, zu definieren. Einem molekularen Satz kann man dann als sein Korrelat eine Tatsache zuordnen, deren Struktur aus den Strukturen der Tatsachen besteht, welche die im Satz vorkommenden Elementarsätze verifizieren oder falsifizieren. Die Unterscheidung zwischen den Termini „Sachverhalt“ und „Tatsache“ ist eine Lösung des Problems der Parallelität zwischen Komplexen, Propositionen und Sätzen, die sich in dem Manuskript Russells stellt. Die Tatsachen Wittgensteins umfassen alles logisch Mögliche: einen jeden formulierbaren Satz sowie das von einem Satz Darstellbare. Das so umgrenzte logisch Mögliche erhält jedoch bei Wittgenstein den Status des Wirklichen, das durch Gegenstände und folglich bestehende Sachverhalte definiert ist. Gegenstände, d.h. Elemente dessen, was Russell als einen wirklichen Komplex betrachtet, erhalten bei Wittgenstein einen anderen Status, den Status dessen, was ist. Das Wirkliche unterscheidet sich von dem, was ist, vor allem durch die Bezeichnungsweise: Das Wirkliche

bezeichnet man dadurch, dass man sagt, wie sich etwas verhält. Die Elemente der bestehenden Sachverhalte werden nur durch Namen bezeichnet. Mithin werden nicht Sachverhalte wie die Russellschen Komplexe in nur logisch mögliche einerseits und sowohl logisch mögliche als auch wirkliche andererseits eingeteilt. Eingeteilt wird vor allem das Bezeichnete oder Symbolisierte: in Komplexe (Tatsachen), die abgebildet oder beschrieben werden, einerseits und Elemente, deren Bezeichnen die Abbildung und Beschreibung bedingt, und ihre Zusammenhänge andererseits. Eingeteilt wird auch das Bezeichnende: in Komplexe, die selbst abbilden und beschreiben, einerseits und Namen andererseits.

1.3. Elementarsätze, welche Verkettungen von Namen sind, bilden die Grenze „der Analyse der Sätze“ (ebd., 4.221), deren Zweck letztendlich in der Bestimmung der allgemeinen Form des Satzes besteht. Deswegen wird die Existenz von Elementarsätzen wie auch von Namen von Wittgenstein postuliert: Er verlangt, dass es Gegenstände und Sachverhalte auch in einer unendlich komplexen Welt geben muss (ebd., 4.2211).

2. Der Terminus „Komplex“ ist nach Wittgenstein ein formaler Begriff. Das bedeutet, dass in einem logischen Symbolismus der Begriff eines Komplexes durch eine Variable symbolisiert wird.

2.1. Diese Wittgensteinsche Definition ist in erster Linie die Forderung nach einer Analyse von Komplexen. Ein Komplex darf nicht als Element einer nicht-formalen, d.h. nicht-strukturellen, Beziehung betrachtet werden. Folglich dürfen keine Sätze über das Vorkommen eines Gegenstandes in einem Komplex formuliert werden. Darin besteht auch der Sinn der Forderung, dass der Name im Satz nur im Zusammenhang eines Elementarsatzes vorkommen kann (ebd., 4.23). Jede Aussage über einen Komplex muss selbst zum Gegenstand einer Analyse werden: Sie muss in eine Aussage über Bestandteile des Komplexes und Sätze, welche den Komplex „vollständig beschreiben“ (ebd., 2.0201), zerlegt werden. Die Notwendigkeit einer solchen Analyse begründet Wittgenstein dadurch, dass Sätze über Komplexe unbestimmt sind. Die fragliche Unbestimmtheit kann man bei Sätzen, die bestimmte Kennzeichnungen wie „der gegenwärtige König von Frankreich“ enthalten, mit der Unbestimmtheit der Wahrheitsbedingungen gleichsetzen, die für Wittgenstein eine Unbestimmtheit des Sinnes des Satzes ist. Diese Unbestimmtheit bedeutet vor allem die Unbestimmtheit dessen, welche logische Schlüsse aus dem Satz möglich sind. Die Möglichkeit der Analyse der Sätze über Komplexe begründet Wittgenstein dadurch, dass ein Satz, der von einem Komplex handelt, in einer internen Beziehung zu jedem Satz, der von einem Bestandteil des Komplexes handelt, steht. Wenn wir als Beispiel eines zu analysierenden Komplexes die Beziehung der Farbunterschiede zwischen Blau und Gelb einerseits und Blau und Grün andererseits nehmen, die darin

besteht, dass der erste Unterschied größer als der zweite ist, könnte das Resultat einer solchen von Wittgenstein geforderten Analyse folgende Gestalt haben:

$(\exists u)(\forall x, y, z): \text{Blau}(x) \cdot \text{Gelb}(y) \cdot \text{Grün}(z) \cdot \text{Blauschattierung}(u).$

$\text{Verschieden}(x, y).$

$\text{Verschieden}(x, z): \supset : \text{Verschieden}(u, y) \cdot \sim \text{Verschieden}(u, z).$

Durch Gegenstandsvariablen deute ich bestimmte Farbschattierungen an, die ich als Bestandteile von Komplexen betrachte.

2.2. Die Analysierbarkeit eines Komplexes bedeutet, dass seine Bezeichnung, selbst wenn sie einfach ist, d.h. nur aus einem Zeichen, z.B. einer Satzvariablen, besteht, nicht als ein Name behandelt werden darf. Eine solche Behandlungsweise implizierte, dass die Bezeichnung des Komplexes einen Gegenstand vertritt, womit eine Hierarchie von Gegenständen zugelassen wäre. Für Wittgenstein ist ein solches Zulassen mit der Annahme gleichbedeutend, dass die Sätze über formale (strukturelle) Beziehungen zwischen Tatsachen sinnvoll sind. Diese Annahme könnte für Wittgenstein deshalb inakzeptabel sein, weil sie eine Definition der Kriterien für die Wahrheit solcher Sätze verlangt, was bedeutet, dass vor allem die strukturelle Identität eines Satzes und der ihn verifizierenden Tatsache, welche laut Wittgenstein die Verifikation eines sinnvollen Satzes erst ermöglicht, selbst begründet werden soll.

2.3. Dank der Charakterisierung des Begriffs eines Komplexes als eines formalen Begriffs kann Wittgenstein die Problematik des Bestandes von Komplexen einerseits und der nicht-symmetrischen Komplexe andererseits umgehen. Sofern „Komplex“ ein formaler Begriff ist, kann man keine Frage stellen, ob es z.B. Subjekt-Prädikat-Komplexe gibt, denn eine solche Frage lässt sich nicht durch einen sinnvollen Satz beantworten. Die Rede von einer Beziehung zwischen einem Komplex und seinen Bestandteilen, insbesondere von der Position eines der Bestandteile in dem Komplex, ist überflüssig. Bereits Russell weist darauf hin, dass die Symbolisierung eines nicht-symmetrischen Komplexes in der natürlichen Sprache nicht neutral in Bezug auf den Sinn der den Komplex erzeugenden Beziehung sein kann. Die von Wittgenstein im *Tractatus* geforderte Identität der Form des Satzes und der von ihm abgebildeten Tatsache sowie die These, dass der Satz dank einer bestimmten Konfiguration seiner Elemente Namen selbst eine Tatsache ist, bedeutet, dass weder die Komplexität der vom Satz abgebildeten Tatsache noch ihre Struktur zum Gegenstand werden kann, von dem etwas im Satz behauptet wird. Dass die Struktur des Satzes in der Konfiguration seiner einfachen Bestandteile besteht, bewirkt, dass, obwohl das Resultat der Analyse eines Satzes ein molekularer Satz sein kann, kein Elementarsatz weiter analysiert wird, wie Russell es verlangt: Mit der Angabe von Namen in einem logischen Symbolismus werden auch alle Elementarsätze gegeben (vgl.

Tractatus, 2.0124). Primitiv und undefiniert sind nicht die strukturellen Beziehungen zwischen Gegenständen und Sachverhalten, sondern die Bezeichnungen von Gegenständen (Namen) sowie (das kann man annehmen) von Funktionen, die Namen als Argumente führen und Elementarsätze ergeben.

3. Die Analyse wird vor allem als Analyse eines Zeichens, nämlich eines Satzes, verstanden. Vor allem Sätze über Komplexe bedürfen einer Analyse, die nach Wittgenstein eindeutig ist. Diese Eindeutigkeit ist sowohl im Fall der Auflösung eines zu analysierenden Satzes in Elementarsätze als auch im Fall seiner Darstellung durch einen quantifizierten Satz durch bezeichnende Beziehungen von Namen zu Gegenständen im ersten und von „Urzeichen“ zur Welt (*Tractatus*, 5.5261) im zweiten Fall gewährleistet.

4. Eine der Bedingungen der Analysierbarkeit von Sätzen besteht nach *Tractatus* darin, dass die logischen Zusammenhänge, welche die formalen oder strukturellen Zusammenhänge sind, den Zeichen- und nicht-symbolischen Komplexen gemeinsam sind. Dass die Logik deswegen die Voraussetzung einer jeden Weltbeschreibung ist, so dass sie die Welt „erfüllt“, bedeutet, dass die Logik sich nur mit dem logisch Möglichen oder Denkbaren beschäftigt, das nicht durch tatsächliche kognitive Komplexe, sondern durch die im Symbolismus als primitive eingeführten Namen definiert ist.

Einer kann sich fragen, was Wittgenstein letztendlich veranlasst, jegliche Möglichkeit der Vermengung von Namen und Sätzen zu vermeiden. Es gibt bestimmt mehrere Antworten auf diese Frage. Ich betrachte als ausschlaggebend den Umstand, dass Wittgenstein als logische Grundbeziehung die Beziehung des logischen Folgens betrachtet und diese Beziehung als Beziehung zwischen der Prämisse eines logischen Schlusses und seinem Schlusssatz charakterisiert. Die Folgebeziehungen zwischen Sätzen sind insofern logische Grundbeziehungen, als sie „die Logik“ der Sprache ausmachen, welche insbesondere von logischen Sätzen gezeigt wird (ebd., 6.12–6.1201). Der Ausdruck einer logischen, d.h. internen oder strukturellen, Beziehung zwischen Sätzen ist eine Operation. Als Basen der Operation fungieren nach Wittgenstein Sätze, weil unter syntaktischen Gebilden nur Sätze Struktur haben. Im *Tractatus* unterscheidet Wittgenstein zwischen Wahrheitsoperationen einerseits und bejahenden und verneinenden Operationen andererseits. Durch die Anwendung einer Wahrheitsoperation werden Sätze aus Elementarsätzen erzeugt, so dass die erzeugten Sätze Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen — ihren Wahrheitsargumenten und Basen der Operation — sind. Sofern nach Wittgenstein das Bejahen eines Satzes p von einem anderen Satz q das Folgen von p aus q bedeutet und das Bejahen als Operation eines Satzes auf einem anderen Satz charakterisiert wird (ebd., 5.124–5.1241), stellt sich vor allem die Frage, wie sich die bejahenden Operationen zu Wahrheitsoperationen verhalten. Diese Frage wird auch durch die insbesondere von Blumberg und Feigl vertretene Meinung angeregt, dass im *Tractatus* die Ableitbarkeit eines Satzes aus einem anderen Satz

in der Terminologie der Wahrheitsoperationen nicht definierbar ist, sofern jede Ableitung eine tautologische Implikation voraussetzt, die nur von der Struktur der Sätze abhängt. Tatsächlich legt Wittgenstein seiner Definition der Bedingungen, unter welchen ein Satz aus einem anderen logisch folgt, eine Definition der Wahrscheinlichkeit zugrunde (ebd., 5.15). Die Rekonstruktion dieser Definition, die 1969 von von Wright vorgeschlagen wird, zeigt, dass sie nicht nur den nach Meinung von Wrights problematischen Begriff der logischen Unabhängigkeit von Sätzen enthält, sondern auch den Begriff der Wahrheitsfunktion, die ja als Resultat einer Wahrheitsoperation definiert ist (ebd., 5.234). Folglich enthält die Definition einer Folgebeziehung zwischen Sätzen und somit einer bejahenden Operation die Definition der Wahrheitsoperation und beruht auf dieser. Der Ausdruck der Beziehung zwischen Operationen könnte deshalb lauten: Ist auf ein syntaktisches Gebilde eine bejahende Operation nicht anwendbar, ist das fragliche Gebilde kein Resultat der Anwendung einer Wahrheitsoperation.

Der prinzipielle Unterschied zwischen Namen und Sätzen ist im Lichte der Auffassung der Folgebeziehung als einer logischen Grundbeziehung nicht der semantischer, der darin besteht, dass der Satz im Unterschied zu Namen wahr oder falsch sein kann, oder nach Frege einen Gegenstand einer anderen Art bezeichnet, sondern der Unterschied der logischen Funktion: Im Gegensatz zu Namen fungieren Sätze als selbständige Komponenten von Schlüssen.

Diese These möchte ich durch einige Argumente Wittgensteins bekräftigen. Im *Prototractatus* begründet Wittgenstein die Forderung der Bestimmtheit des Sinnes eines nicht-logischen Satzes dadurch, dass es sonst nicht feststeht, welcher Satz aus dem Satz, dessen Sinn zu bestimmen ist, folgt. Im Satz 3.20103 schreibt er: „Man könnte die Bestimmtheit auch so fordern: Wenn ein Satz Sinn haben soll, so muß vorerst die syntaktische Verwendung jedes seiner Teile festgelegt sein. — Man kann z.B. nicht erst nachträglich daraufkommen, daß ein Satz aus ihm folgt. Sondern, welche Sätze aus ihm folgen muß vollkommen feststehen, ehe dieser Satz einen Sinn haben kann.“ Das bedeutet: Hat der Satz einen Sinn, ist somit auch geregelt, welche Sätze aus ihm folgen. Komplex zu sein, d.h. analysierbar zu sein, heißt mithin laut Wittgenstein Sinn zu haben.

Ein weiteres Argument zugunsten der Wittgensteinschen Anerkennung der Priorität von logischen Folgebeziehungen findet man in einigen Briefen Wittgensteins an Russell aus den Jahren 1912–13, wo Wittgenstein eine syntaktische Charakterisierung von Komplexen vorschlägt: Ein Komplex ist laut diesem Vorschlag alles, was eine Kopula enthält, wobei Bestandteile von Kopulae logische Konstanten sind und zu Kopulae auch „Qualitäten und Relationen“ zählen.

In einem Brief, der im Sommer 1912 an Russell geschrieben wurde, identifiziert Wittgenstein die Kopula mit einem Schluss. In dem Ausdruck „i[p, q,

r]" („aus $\vdash p$ und $\vdash q$ folgt $\vdash r$ ") ist i eine Kopula, die Komplexe mit einander verbindet. Den Ausdruck benutzt Wittgenstein zur Definition dessen, was „ $p \vee q$ “ bedeutet. Die gesuchte Bedeutung ist laut Wittgenstein ein Komplex. Nach Wittgensteins Definition bedeutet „ $\varepsilon_1(x,y) \vee \varepsilon_2(u,z)$ “ Folgendes:

- $\vdash (\varepsilon_1(x,y), \varepsilon_2(u,z), \beta(x,y,u,z)) . i[\varepsilon_1(x,y); \varepsilon_2(u,z); \beta(x,y,u,z)]$
- $\vdash (\varepsilon_1(x,y), \varepsilon_2(u,z), \beta(x,y,u,z)) . i[\sim \varepsilon_1(x,y); \varepsilon_2(u,z); \beta(x,y,u,z)]$
- $\vdash (\varepsilon_1(x,y), \varepsilon_2(u,z), \beta(x,y,u,z)) . i[\varepsilon_1(x,y); \sim \varepsilon_2(u,z); \beta(x,y,u,z)]$
- $\vdash (\varepsilon_1(x,y), \varepsilon_2(u,z), \beta(x,y,u,z)) . i[\sim \varepsilon_1(x,y); \sim \varepsilon_2(u,z); \beta(x,y,u,z)]$
- $\vdash \beta(x,y,u,z)$

Die Herausgeber des Briefwechsels McGuinness und von Wright gehen davon aus, dass dieser Ausdruck als Ausdruck der Disjunktion einen Fehler in der 4-ten Zeile enthält, der darin besteht, dass vor „ $\beta(x,y,u,z)$ “ das Negationszeichen fehlt. Der Fehler in der Darstellung ist dann enthalten, wenn der Ausdruck als Ausdruck der Wahrheitsbedingungen der Disjunktion gedeutet wird. Ich gehe jedoch davon aus, dass der Ausdruck die Bedingungen definiert, unter welchen „ $\beta(x,y,u,z)$ “ als Disjunktion von „ $\varepsilon_1(x,y)$ “ und „ $\varepsilon_2(u,z)$ “ aus der Konjunktion dieser beiden Sätze logisch folgt. Der obige Ausdruck ist demnach eine Schlussfigur, deren letzter Satz der Schlusssatz ist. Als eine Tautologie geschrieben, hat diese Figur die Gestalt „ $p.q. \supset .p \vee q$ “. 1937 analysiert Lazerowitz die Anwendbarkeit der Matrix-Methode auf Tautologien und Kontradiktionen. Die Matrix-Methode ist für ihn die Methode des Aufzeigens der logischen Bedingungen, unter welchen eine gegebene Wahrheitsfunktion wahr sein kann. Sofern laut Wittgenstein die Tautologie bedingungslos wahr ist, und in diesem Sinn keine Wahrheitsfunktion ist, ist auf sie die Matrix-Methode nicht anwendbar. Die Matrix, welche die Wahrheitsbedingungen der Disjunktion „ $p \vee q$ “ definiert, kann in der Form von vier Implikationen aufgeschrieben werden:

- $p.q. \supset .p \vee q$
- $\sim p.q. \supset .p \vee q$
- $p.\sim q. \supset .p \vee q$
- $\sim p.\sim q. \supset \sim(p \vee q)$

Die Verneinung des Konsequens jeder der vier Implikationen führt zu einem Widerspruch zwischen dem Antezedens der Implikation und der Verneinung. Der Widerspruch kann durch die Eliminierung des Antezedens beseitigt werden. Die Wahrheitsbedingungen für eine Tautologie, die ich hinter der Wittgensteinschen Definition vermute, haben dagegen folgende Gestalt:

- $p.q. \supset : p.q. \supset .p \vee q$
- $\sim p.q. \supset : p.q. \supset .p \vee q$
- $p.\sim q. \supset : p.q. \supset .p \vee q$
- $\sim p.\sim q. \supset : p.q. \supset .p \vee q$

Einer der Thesen Lazerowitz' folgend, welche die Nicht-Anwendbarkeit der Matrix-Methode auf Tautologien bestätigen soll, kann man behaupten: Bei

der Verneinung des Konsequens jeder dieser Implikationen entsteht kein Widerspruch zwischen dem jeweiligen Antezedens und der Verneinung des tautologischen Satzes, der durch die Elimination des Antezedens der Implikation aufgehoben werden kann. Der Grund: Der Satz „ $p.q : \sim p.\sim q$ “, der das Konsequens jeder der Implikationen verneint, ist ein Widerspruch unabhängig von seinen Wahrheitsbedingungen im Unterschied zu Verneinungen der Sätze „ $p \vee q$ “ und „ $\sim(p \vee q)$ “. Die Annahme über die Definition dessen, was „ $p \vee q$ “ bedeutet, führt mich zu einer weiteren Hypothese. Wenn Qualitäten und Relationen Kopulae im Sinne einer Folgebeziehung sind, dann kann man z.B. Eigenschaften als Kopulae der Gestalt „ $i[p, q, r]$ “ definieren, so dass ein Satz „ $\varepsilon(x)$ “ Folgendes bedeutet:

$$\vdash (y, \varepsilon(x), \beta(z)) . i[(\exists x)\varepsilon(x); \varepsilon(y) \supset \beta(z); \beta(z)]$$

$$\vdash \beta(z)$$

1912 geht Wittgenstein davon aus, dass das Zeichen eines verallgemeinerten Satzes kein vollständiges Symbol ist und nur in einem Schluss eine Bedeutung hat. Durch den Ausdruck „ $(\exists x)\varphi x$ “ stellt er eine Eigenschaft dar und erklärt den Ausdruck für nicht-komplex. Wittgensteins Auffassung der Kopulae könnte trotz des späteren Aufgebens der These über einen nicht-komplexen Charakter des Ausdrucks der Form „ $(\exists x)\varphi x$ “, das mit der Anerkennung eines solchen Ausdrucks als eines sinnvollen Satzes einhergeht, sowohl die Behauptung des *Tractatus* (5.47), dass in einem Elementarsatz alle logischen Operationen enthalten sind, als auch die Forderung, zwischen Satz und Namen zu unterscheiden, erklären.

Man kann allerdings vermuten, dass nicht nur die Wittgensteinsche Auffassung des logischen Folgens die Unterscheidung zwischen Namen und Sätzen verlangt, sondern auch diese Unterscheidung seine Auffassung der logischen Operationen beeinflusst.

In seinen Tagebüchern betrachtet Wittgenstein als eine Operation nicht nur die Strich-Operation, d.h. eine Wahrheitsoperation, sondern auch die Quantifizierung (*Tagebücher*, 13.7.16). Im *Tractatus* behauptet er aber, dass er „den Begriff *Alle* von der Wahrheitsfunktion“ trennt (*Tractatus*, 5.521). In seinem Vorwort zum *Tractatus* fasst Russell die Wittgensteinsche Behandlung der Allgemeinheit als Gleichsetzung eines allgemeinen Satzes mit einem logischen Produkt und eines partikulären Satzes mit einer logischen Summe auf. Er glaubt, dass die Allgemeinheit dabei nur die Bestimmung der Argumente der N-Operation bedeutet. In einem seiner späteren Manuskripte bestätigt Wittgenstein den Einwand Russells, indem er die Möglichkeit verneint, die Auffassung der Sätze der Gestalt „ $(x).fx$ “ als eines logischen Produkts und „ $(\exists x).fx$ “ als einer logischen Summe aufrechtzuerhalten, da sich das logische Produkt nicht für jeden Satz finden lässt (*Philosophische Grammatik*, 6). Sowohl dieses Zugeständnis als auch die Auffassung Russells widerspricht der kritischen These, welche Wittgenstein im Satz 5.521 gegen Russells und Whiteheads Einführung der Allgemeinheitsbezeichnung

richtet. Es ist denkbar, dass Wittgenstein, indem er die Allgemeinheitsbezeichnung als Argument betrachtet (*Tractatus*, 5.523), ein solches Argument als Wertverlauf einer Funktion versteht. Ein solcher Wertverlauf wäre laut dem Satz 5.501 durch die Funktion selbst, d.h. durch ein Zuordnungsgesetz definiert, was bedeuten könnte, dass die Anwendung der N-Operation auf den Wertverlauf keine zusammengesetzte Operation wäre, die als Konjunktion oder Disjunktion von Sätzen, welche Namen von Gegenständen enthalten, darstellbar ist. Warum verzichtet aber Wittgenstein im *Tractatus* darauf, die Quantifizierung als eine selbständige logische Operation anzuerkennen? Die Quantifizierung ist eine zusammengesetzte Operation, sofern sie, auf den Ausdruck einer propositionalen Funktion angewandt, in der Anwendung der Operation der Substitution besteht. Diese letztere Operation ist ihrerseits komplex, worauf 1929 Curry hinweist, wenn er Substitution als Einsetzen von Konstanten für Variablen in dem Ausdruck einer propositionalen Funktion definiert und sie als eine zusammengesetzte und strukturierte Operation betrachtet. In den *Tagebüchern* geht Wittgenstein davon aus, dass alle Operationen „aus den Grundoperationen zusammengesetzt“ sind (*Tagebücher*, 26.11.16) und dass völlig allgemeine Sätze durch einen „graduelle[n] Übergang vom elementaren Satz“ (ebd., 14.10.14) gewonnen werden können. Die Operation der Substitution sollte ihm vor allem aus den Fregeschen *Grundgesetzen* bekannt sein, wo ihre Regeln als Regeln des Ersatzes von Buchstaben explizit formuliert sind (*Grundgesetze*, §48). Im *Tractatus* setzt Wittgenstein den Gebrauch der Operation der Ersetzung von Namen durch Variablen voraus, wenn er im Satz 3.315 über das Gewinnen des Ausdrucks für ein logisches Urbild (eine logische Form) spricht. Die Anwendung dieser Operation ist aber nach der Definition Wittgensteins keine logische Operation, sofern ihr Resultat kein Satz, sondern eine in seiner Terminologie Satzvariable und mithin eine Bezeichnung eines formalen Begriffs ist. Ähnliche Problematik beschäftigt ihn auch in den *Tagebüchern*, wo er sich fragt, was die Basis der Quantifizierung sei (*Tagebücher*, 11.5.16). Wenn diese Basis ein bereits mit Hilfe einer Variablen verallgemeinerter Satz sein sollte, ist diese Basis kein Satz. Sollte diese Basis ein Elementarsatz sein, enthält die Anwendung der Operation der Quantifizierung die Operation der Ersetzung von Namen und anderen konstanten Ausdrücken durch Variablen, welche insofern keine logische Operation im Sinne Wittgensteins ist, als sie sowohl auf Sätze als auch auf Namen, die keine Struktur haben, angewandt wird. Es besteht allerdings die Möglichkeit, die Quantifizierung als eine bejahende Operation aufzufassen. Die Anerkennung dieser Möglichkeit bedeutet einen Verzicht auf die Identifizierung der Anwendung der N-Operation mit dem Zweck des Gewinnens der allgemeinen Sätze mit der Konjunktion oder Disjunktion von Elementarsätzen. Sofern ein allgemeiner Satz durch eine

einfache Anwendung der N-Operation konstruierbar ist, ist der Zusammenhang zwischen einem Elementarsatz und dem allgemeinen Satz kein konstruktiver Zusammenhang, sondern einer zwischen der Prämisse und dem Schluss eines logischen Schlusses. Diese Möglichkeit fände auch eine Entsprechung unter den Fregeschen Regeln in der Regel der Verwandlung eines lateinischen Buchstaben in einen deutschen (*Grundgesetze*, §§17, 48).

Die Wittgensteinsche Auffassung der Allgemeinheit weist Ähnlichkeiten mit der Husserlschen Auffassung der Allgemeinheit auf. Im zweiten Band der *Logischen Untersuchungen* unterscheidet Husserl zwischen drei Arten der Allgemeinheit. Die erste Art der Allgemeinheit ist die Allgemeinheit des Prädikats, die zu seiner logischen Funktion gehört und mit der Allgemeinheit der Russellschen propositionalen Funktion oder des Fregeschen Begriffs gleichgesetzt werden kann. Sie besteht darin, dass jedes Prädikat eine Menge von Sätzen definiert. Eine andere Art der Allgemeinheit ist die Allgemeinheit einer Spezies, welche Husserl als Allgemeinheit der Bedeutung ansieht. Die dritte Art der Allgemeinheit ist die Allgemeinheit, die als Bezugspunkt der Prädikation in einem allgemeinen Satz auftritt. Das Meinen dieser Allgemeinheit, die als Allgemeinheit eines Begriffsumfangs verstanden werden kann, kann nicht auf das Meinen der einzelnen Glieder des Umfangs reduziert werden (*Logische Untersuchungen*, 152–153). Fasst man den Begriffsumfang als Wertverlauf einer wahrheitswertigen Funktion und das Fundiert-sein der Prädikation in der gemeinten Allgemeinheit korrelativ als Anwendung einer Operation auf, hat man die Wittgensteinsche Auffassung der Konstruktion der allgemeinen Sätze mittels N-Operation.

E-mail: elena.tatievskaya@phil.uni-augsburg.de

LITERATUR

- A.E. Blumberg, H. Feigl. „Logical Positivism“. In: *The Journal of Philosophy* 28, 1931, 281–296.
- H.B. Curry. „An Analysis of Logical Substitution“. In: *American Journal of Mathematics* 51, 1929, 363–384.
- G. Frege. *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*. Hildesheim, Georg Olms Verlagsbuchhandlung, 1962.
- E. Husserl. *Logische Untersuchungen. Zweiter Band, Teil I, II. Husserliana XIX/1, 2*. The Hague, Boston, Lancaster, Martinus Nijhoff Publishers, 1984.
- M. Lazerowitz. „Tautologies and the Matrix Method“. In: *Mind* 46, 1937, 191–205.
- B. McGuinness, G.H. von Wright (Hrsg.). *Ludwig Wittgenstein. Briefwechsel mit B. Russell, G.E. Moore, J.M. Keynes, F.P. Ramsey, W. Eccles*,

- P. Engelmann und L. von Ficker.* Frankfurt am Main, Suhrkamp Verlag, 1980.
- B. Russell. *Theory of Knowledge: The 1913 Manuscript.* In: *The Collected Papers of Bertrand Russell* 7, London, Boston, Sydney, George Allen & Unwin, 1984.
- B. Russell. „Vorwort [zum *Tractatus*]“. In: B. McGuinness, J. Schulte (Hrsg.): *L. Wittgenstein. Logisch-philosophische Abhandlung: Kritische Edition.* Frankfurt am Main, Suhrkamp Verlag, 1989.
- A.N. Whitehead, B. Russell. *Principia Mathematica.* Cambridge, London, New York, Melbourne, Cambridge University Press, 1978.
- L. Wittgenstein. „IX. Philosophische Grammatik“. In: L. Wittgenstein. *Wiener Ausgabe* 5. Wien, New York, Springer, 1993.
- L. Wittgenstein. „Prototractatus“. In: B. McGuinness, J. Schulte (Hrsg.): *L. Wittgenstein. Logisch-philosophische Abhandlung: Kritische Edition.* Frankfurt am Main, Suhrkamp Verlag, 1989.
- L. Wittgenstein. „Tagebücher 1914–1916“. In: L. Wittgenstein. *Werkausgabe* 1. Frankfurt am Main, Suhrkamp Verlag, 1984.
- L. Wittgenstein. *Tractatus logico-philosophicus.* In: L. Wittgenstein. *Werkausgabe* 1. Frankfurt am Main, Suhrkamp Verlag, 1984.
- G.H. von Wright. „Wittgenstein on Probability“. In: G.H. von Wright. *Wittgenstein.* Oxford, Basil Blackwell, 1982.